Elementi di Algebra da un punto di vista superiore

A.A. 2014/15

Orario delle lezioni: mercoledì 9-11, giovedì 9-11, venerdì 11-12, aula Enriques
Crediti 6. Ore: 40 di lezione frontale e almeno 12 di esercitazioni o seminari.

Argomento delle lezioni

25/2/2015 (2 ore 9-11, progr. 2). I. – Presentazione del corso (mediante Power-Point): contenuti, motivazioni, la struttura del corso, i seminari, con un elenco di argomenti, l'esame.
II. – L'Algebra ed i suoi scopi (col proiettore e lettura degli allievi una pagina ciascuno): generalizzare, riconoscere somiglianze di struttura, formulare e risolvere equazioni. Ruolo delle lettere: costanti, variabili, indeterminate; i polinomi come parole. Incognite e parametri nelle equazioni, un esempio. Complicare per semplificare: dalle tacche alla rappresentazione decimale e a quella assiomatica dei numeri naturali.

26/2 (2 ore 9-11, progr. 4). I. – Le funzioni (lezione dialogata): terminologia, funzioni costanti, funzioni biiettive, funzione inversa, identità, insiemi equipotenti. Funzioni tra insiemi finiti, computo, il caso del dominio o del condominio vuoti; rappresentazione tabulare, matriciale o, per funzioni da un insieme a se stesso, mediante digrafi sul piano. Distribuzione di argomenti per i seminari tenuti dagli allievi.
II. – Un gioco sul sostantivo "operazione" nel linguaggio corrente. Le operazioni (lezione dialogata): definizione di operazione binaria interna, proprietà più consuete; distinzione tra le proprietà definite da identità e le altre. Operazioni finitarie su un insieme, strutture algebriche. Esempi: i sistemi di Peano, i semigruppi, i monoidi; il monoide delle funzioni su un insieme.

4/3 (2 ore 9-11, progr. 6). I. – Vari tipi di monoidi; elementi invertibili, potenze e loro proprietà (en.) e potenze di elementi invertibili. Potenze in notazione additiva: i multipli interi. Esempi di monoidi: il monoide delle funzioni su un insieme finito, i suoi elementi invertibili ed il numero *e* di Nepero.; il monoide dei sottoinsiemi di un insieme X con l'unione ed il vuoto, oppure con l'intersezione e X; il monoide additivo e quello moltiplicativo costruiti su un sistema di Peano.
II. – Monoidi di parole o monoidi liberi: alfabeto, parole, concatenazione, parola vuota. L'insieme degli elementi invertibili di un monoide e le sue proprietà. Gruppi: definizione, la funzione biiettiva degli inversi; gruppi abeliani; la legge di cancellazione e le "equazioni di primo grado". Le potenze di un elemento, il periodo o ordine di un elemento e la sua caratterizzazione. Definizione di gruppo ciclico. Il gruppo simmetrico su n elementi: ripasso delle nozioni principali dal corso di Algebra I: cicli, scomposizione in cicli disgiunti, trasposizioni, permutazioni pari e dispari, il gruppo alterno.

5/3 (2 ore 9-11, progr. 8). I. – Costruzione di gruppi a partire da monoidi: a) il gruppo delle unità di un monoide; b) la simmetrizzazione di un monoide commutativo regolare.
II. – Gli esempi dei due monoidi additivo e moltiplicativo dei numeri naturali ed i gruppi additivo degli interi e moltiplicativo dei razionali assoluti, con un piccolo confronto tra i due; il gruppo dei vettori della retta come simmetrizzazione del monoide dei segmenti. C) Costruzione di gruppi a partire da un monoide di parole, mediante introduzione di "regole" o relazioni: i gruppi ciclici finiti; il caso dell'alfabeto con due lettere, la non commutatività,

il numero di parole di data lunghezza; introduzione della commutatività, il monoide libero commutativo; la regola di annullamento di due lettere diverse consecutive ed il gruppo additivo degli interi.

6/3 (2 ore 11-13, progr. 10). I. – I gruppi prodotto diretto di due ciclici ed i gruppi diedrali a partire dal monoide libero con due lettere. Presentazione di un gruppo, cenni al problema dell'isomorfismo.
II. – Tavole di verità, per definire connettivi o dimostrare proposizioni. Il gruppo dei sottoinsiemi di un insieme con la differenza simmetrica, dimostrazione di alcune proprietà; periodo degli elementi. Numero di sottoinsiemi di un insieme finito con n elementi mediante la codifica come liste vero/falso di lunghezza n e il principio di moltiplicazione. p-Gruppi abeliani elementari.

11/3. (2 ore, progr. 12). I. - Anelli: definizione, regole di calcolo, legami fra le operazioni. Caratteristica di un anello e periodi nel gruppo additivo. Il gruppo delle unità. Anelli commutativi, la legge d'annullamento del prodotto, i dominii d'integrità, la cancellabilità degli elementi non nulli; corpi e campi.
II. – Caratteristica di un dominio d'integrità e di un campo. Dominii e corpi finiti sono campi. Esempi di anelli: l'anello delle funzioni punto per punto da un insieme ad un anello commutativo; l'anello delle successioni in un anello commutativo. Anelli di matrici quadrate ad elementi in un campo come esempio non commutativo.

12/3 (2 ore, progr. 14). I. – Reticoli algebrici, assiomi, la relazione d'ordine associata; i reticoli come insiemi ordinati con sup ed inf. Reticoli con estremi; reticoli distributivi; gli insiemi totalmente ordinati come reticoli distributivi.
II. – Complementare in un reticolo, unicità nel caso distributivo (en.), algebre di Boole, l'esempio dei sottoinsiemi di un insieme. Esempi di reticoli mediante diagrammi di Hasse: i reticoli N_5, M_5 e la loro non distributività; il reticolo dei divisori di 30 e dei divisori di 16.

18/3 (2 ore, progr. 16). I. – Operazioni esterne o azioni di un insieme su un altro; la rappresentazione associata, lo stabilizzatore di un oggetto. Azione di una struttura su un'altra e necessità di assiomi di compatibilità. Una lista di esempi da sviluppare in seguito: azione di un gruppo su un insieme, azione di un gruppo su se stesso per coniugio, gli spazi vettoriali, operazioni binarie interne come operazioni esterne.
II. – Sottoinsiemi chiusi rispetto ad una operazione finitaria o esterna; sottostrutture. Il caso dei gruppi: sottogruppi, laterali, teorema di Lagrange, sottogruppi ciclici. Sottoanelli di un anello, il sottoanello fondamentale. Sottospazi di un sottospazio vettoriale. Il principio d'induzione nei sistemi di Peano come assenza di sottostrutture proprie. L'azione per coniugio di un gruppo su se stesso e i sottogruppi normali come sottostrutture. L'azione dell'anello su se stesso e gli ideali come sottostrutture.

19/3 (2 ore, progr. 18). I. - Intersezione di sottostrutture; la sottostruttura generata da un sottoinsieme; il reticolo delle sottostrutture di un struttura algebrica. La sottostruttura minima, generata dal vuoto, nel caso dei gruppi e degli anelli. Generatori e basi di una struttura. Strutture finitamente o infinitamente generate: il caso dei monoidi additivo e moltiplicativo di N.
II. – Congruenze in una struttura, operazioni quoziente, struttura quoziente. Caratterizzazione delle congruenze nel caso dei gruppi e degli anelli. Strutture semplici; esempi di gruppi semplici: gruppi d'ordine primo, gruppi alterni (en.). Esempi di anelli semplici: i campi e gli anelli di matrici quadrate su un campo (en.). Omomorfismi tra strutture dello stesso tipo. Il teorema fondamentale di omomorfismo fra strutture dello stesso tipo.

20/3 (2 ore,11-13, progr. 20). I. – Azione di un gruppo su un insieme: lo stabilizzatore di un oggetto o di un sottoinsieme è un sottogruppo. L'azione del gruppo delle isometrie: il gruppo di simmetria di una figura come stabilizzatore della figura in questa azione. Lo stabilizzatore di un cerchio, di una retta e di un reticolato a maglie quadrate.
II. – Figure limitate e loro stabilizzatore. Sottogruppi finiti di isometrie e loro struttura di gruppi ciclici o diedrali. Esempi: un segmento, un rettangolo, un rombo, un quadrato e loro gruppi di simmetria, col diagramma di Hasse del reticolo dei sottogruppi. I gruppi diedrali come gruppi di simmetria dei poligoni regolari.

25/3 (2 ore, progr. 22). I. – Composizione di omomorfismi (en.). Il monoide degli endomorfismi ed il gruppo degli automorfismi di una struttura algebrica. Esempio: automorfismi interni di un gruppo, l'azione per coniugio del gruppo su se stesso, il centro del gruppo come nucleo e il gruppo degli automorfismi interni come immagine della rappresentazione associata all'azione. Il prodotto diretto di strutture dello stesso tipo. Il caso dei gruppi; cenni sul prodotto diretto di gruppi ciclici. Il caso degli anelli, la non conservazione della legge d'annullamento del prodotto.
II. – Esempi ed esercizi: automorfismi dei monoidi additivo e moltiplicativo dei numeri naturali; del gruppo additivo e dell'anello degli interi; dei campi razionale e reale. Il coniugio nel campo complesso.

26/3 (2 ore, progr. 24). I. – I numeri naturali come cardinali finiti (cenni): equipotenza come relazione d'equivalenza in ogni insieme d'insiemi; le classi come numeri cardinali, le "zone grigie" di questa teoria. Addizione, moltiplicazione e confronto fra numeri cardinali e problemi di compatibilità e di chiusura. Cardinali finiti ed infiniti secondo Dedekind e problemi di esistenza. La mia preferenza per l'impostazione di Peano.
II. – Calcolo combinatorio, insiemi finiti e loro numero di elementi; il principio di addizione; il principio dei cassetti; il principio di moltiplicazione e le sue applicazioni alle funzioni ed alle funzioni iniettive fra due insiemi.

1/4 (2 ore, progr. 26). I. - Gli anagrammi di una parola ed il loro computo; parole con due sole lettere distinte e coefficienti binomiali; applicazioni: i sottoinsiemi con k elementi di un insieme con n elementi, lo sviluppo di Newton delle potenze di un binomio, il triangolo aritmetico e le sue proprietà, i numeri di Fibonacci, il numero aureo.
II. – I numeri interi relativi mediante un'impostazione geometrica: la retta orientata, l'origine, l'unità di misura, i numeri interi positivi e negativi, il "meno" come funzione che cambia l'orientamento della retta; l'ordinamento, le operazioni, la regola dei segni nella moltiplicazione; la divisione euclidea e la divisibilità a confronto con quelle dei numeri naturali.

8/4 (2 ore, progr. 28). I. – I numeri razionali: l'impostazione della scuola elementare come operatori (positivi) su grandezze (segmenti o angoli); l'equivalenza come uguaglianza di funzioni; l'addizione come operazione punto per punto; la moltiplicazione come composizione. La rappresentazione analitica sulla retta: l'azione sul segmento unità di misura, l'introduzione del segno e dei numeri negativi.
II. – Le proprietà dell'ordinamento di Q. Campi ordinati: definizione di insieme dei positivi, l'ordinamento totale, la positività dell'unità, i legami con le operazioni, la caratteristica, il sottocampo minimo; il modulo ed il segno. Campi ordinati completi: unicità a meno d'isomorfismi (en.)

9/4 (2 ore, progr. 30). I. - I numeri reali: la costruzione di Dedekind mediante le sezioni di Q (cenni). La costruzione di Cantor (cenni): ideali massimali di un anello commutativo e campi quoziente; l'anello delle successioni di Cauchy in Q, l'insieme delle successioni convergenti a zero come suo ideale massimale; il campo reale come campo quoziente.
II. – L'approccio geometrico: i numeri reali "assoluti" ed i segmenti iniziali di una semiretta; la difficoltà di interpretare il prodotto e l'inverso di un numero reale. La costruzione scolastica: numeri decimali e regole di formazione; riflessioni sul periodo 9; decimali finiti e loro operazioni (ricordi di scuola elementare).

10/4 (1 ora, 11-12, progr. 31). - Le operazioni sui decimali periodici mediante l'isomorfismo con i numeri razionali; determinazione di regole intrinseche per le operazioni e l'ordinamento dei numeri reali: approssimazioni per difetto e per eccesso mediante decimali finiti; somma di reali positivi e qualche commento. Difficoltà legate ai calcoli della sottrazione, dell'inverso e del quoziente. Parte intera e parte decimale.

15/4 (2 ore, progr. 33). I – *Seminario di Antonioli e Venturelli sull'ellisse*: definizione, costruzioni, equazione canonica, proprietà, eccentricità, ellisse traslata, la circonferenza. Esercizi vari sull'equazione dell'ellisse e sulle tangenti da un punto ad una ellisse.
II. – Prodotto ed inverso di segmenti coi teoremi di Euclide; dal rapporto di segmenti ai numeri reali col metodo di Dedekind. Il campo complesso come quoziente $R[x]/(x^2+1)$: la forma canonica, i reali complessi, l'unità immaginaria, la scrittura consueta dei numeri complessi; la chiusura algebrica (en.) e il non ordinamento come campo. L'approccio scolastico formale come linguaggio, l'unità immaginaria e le operazioni come prolungamenti delle operazioni di R. L'approccio geometrico col piano di Argand-Gauss; la forma polare, la struttura del gruppo moltiplicativo e le radici n-esime dell'unità.

16/4 (2 ore, progr. 35). I – Coordinate cartesiane sulla retta: il sistema di riferimento, l'ascissa di un punto; la distanza di due punti ed il punto medio; trasformazioni di coordinate, il gruppo delle affinità della retta e la sua struttura.
II. – Coordinate cartesiane nel piano: l'origine, i due assi, le unità di misura, l'ordine degli assi, le coordinate di un punto; l'equazione esplicita di una retta nei vari casi, con l'uso del teorema di Talete; il parallelismo; l'equazione implicita. L'appartenenza di un punto ad una retta come nozione chiave per la comprensione di questo argomento; conseguenze: l'intersezione di due rette ed il sistema delle loro equazioni.

17/4 (1 ora, 11-12, progr. 36). Il caso degli assi ortogonali monometrici: la distanza di due punti, la perpendicolarità di due rette, la distanza di un punto da una retta, l'equazione della circonferenza di dati centro e raggio. Altre nozioni metriche: area di un triangolo; estraneità della nozione di angolo, angolo di due vettori dal teorema del coseno.

22/4 (2 ore, progr. 38). I – Estensioni algebriche e trascendenti di un anello commutativo, esempi, numeri algebrici e trascendenti sui razionali; isomorfismo delle estensioni trascendenti di un anello commutativo.
II. – Esistenza di un'estensione trascendente nell'anello commutativo A nell'anello delle successioni in A. L'anello A[x] dei polinomi come unica estensione trascendente di A a meno d'isomorfismi. Il grado di un polinomio. Il caso dei dominii d'integrità, il teorema dei gradi e gli elementi invertibili; un controesempio in $Z_4[x]$. Polinomi in più indeterminate definiti per induzione; monomi e loro grado; il grado di un polinomio; il caso dei dominii d'integrità

ed il teorema dei gradi. L'anello euclideo K[x], dove K è un campo: la divisione col resto, il divisore x-c e l'algoritmo di Ruffini-Hörner: il problema didattico della sostituzione di un elemento di K al posto della x, per giungere al teorema del resto.

23/4 (2 ore, progr. 40). I – *Seminario di Mangianti, Milandri e Spagnolo sull'iperbole*: definizione, costruzioni, equazione canonica, proprietà, eccentricità, asintoti, iperbole equilatera anche riferita agli asintoti, iperbole traslata e funzione omografica. Esercizi vari sull'equazione dell'iperbole, le tangenti da un punto e su funzioni il cui grafico sia tutto o parte di quello di un'iperbole.
II. – Dominii euclidei e loro ideali tutti principali. Polinomi sul campo reale, come funzioni da R ad R, polinomiali: il sottoanello delle funzioni costanti come campo isomorfo ad R, l'identità come elemento trascendente rispetto ad R, ovvero il principio (=teorema) d'identità delle funzioni polinomiali, l'anello generato dalle costanti e dall'identità come anello dei polinomi R[x]; i polinomi sono funzioni indefinitamente derivabili.

24/4 (2 ore, ore 11-13 progr. 42). I – Divisibilità ed ideali principali in un anello commutativo. La divisione euclidea fra polinomi a coefficienti in dominii d'integrità; la divisione per x-c. La sostituzione di un elemento algebrico c alla indeterminata x in un polinomio: il morfismo sostituzione e la sua immagine; il caso dei campi: il polinomio generatore p del nucleo del morfismo sostituzione (ossia il polinomio minimo di c) è irriducibile e l'ideale (p) è massimale; l'immagine è un campo; razionalizzazione dei denominatori, un esempio.
II. – *Seminario di Ferrari, Berardone, Biazzo, Loizzo* sui numeri primi: definizione, distribuzione dei primi, crivello di Eratostene, infinità dei primi, criteri di divisibilità, la fattorizzazione, il criterio generale di divisibilità; il trovare MCD ed mcm di due numeri naturali mediante la fattorizzazione. I primi di Fermat e cenni sulla costruzione di poligoni regolari con riga e compasso.

29/4 (2 ore, progr. 44) I. – Riepilogo delle nozioni sui polinomi. Polinomi irriducibili sui campi complesso, reale e razionale, il criterio di irriducibilità di Eisenstein (en.). Sottocampi del campo complesso: MCD ed mcm, l'algoritmo euclideo; radici multiple e derivate, liberare un polinomio dalle radici multiple.
II. – I coefficienti come somme di prodotti delle radici di un polinomio monico. Il campo dei coefficienti ed il campo delle radici di un polinomio. Il gruppo di Galois del polinomio, la sua azione sulle radici ed il suo ordine.

30/4 (2 ore, progr. 46) I. - *Seminario di Tronati, Sepe e Vaccai sulle equazioni di grado ≥ 3*: cenni storici e formula risolutiva per le equazioni di terzo grado. Equazioni risolubili per scomposizione; equazioni a coefficienti interi e loro soluzioni razionali; equazioni reciproche; equazioni binomie, biquadratiche, trinomie e loro soluzioni. Esempi ed esercizi.
II. – Un campo come spazio vettoriale su un suo sottocampo; l'ordine del gruppo di Galois di un polinomio irriducibile nel suo campo dei coefficienti. Gruppi risolubili: serie subnormali, serie abeliane e gruppi risolubili; l'esempio dei gruppi simmetrici; non risolubilità dei gruppi S_n, n ≥ 5 (en.). Cenni sulla teoria di Galois: risolubilità per radicali e risolubilità del gruppo di Galois del polinomio.

6/5 (2 ore, progr. 48) I. – *Seminario di Ascione, Cercone, Reali, Tassotti* sulle disequazioni: disuguaglianze e loro proprietà; disequazioni in un'incognita e loro soluzioni; disequazioni equivalenti e principii d'equivalenza; disequazioni intere di primo grado; disequazioni intere e fratte risolte mediante scomposizione in fattori di primo grado; sistemi di disequazioni; disequazioni

col valore assoluto.
II. – *Seminario di Dari e Ronchi su costruzioni e proprietà delle coniche con Geogebra*: varie costruzioni di ellisse, iperbole e parabola; proprietà ottiche di ellisse e parabola; diametri di una conica a centro; con Geogebra 3D: le coniche come sezioni del cono al variare del piano secante. Commento sull'uso dei software per esplorare e scoprire proprietà algebriche o geometriche e formulare congetture.

7/5 (2 ore, progr. 50) I. – *Seminario di Agnorelli, Brezzi e Jacquier sui numeri razionali e i numeri periodici*: richiami sui numeri razionali, l'equivalenza e le operazioni; le frazioni decimali e i numeri decimali finiti; i numeri periodici; la regola di passaggio tra decimali periodici e frazioni generatrici; le progressioni geometriche, la somma n-esima e la serie; applicazione alla dimostrazione della formula per trovare la frazione generatrice; il problema del periodo 9.
II. – Rilevazione della didattica. *Seminario di Barilli e Fiore sulle applicazioni dei polinomi ad altre discipline*: il polinomio minimo di un numero algebrico su Q; alcuni problemi di geometria; moti rettilinei uniformi o uniformemente accelerati e moti parabolici; approssimazione locale di funzioni mediante polinomi di Taylor; interpolazione di insiemi finiti di punti mediante polinomi o funzioni polinomiali a tratti. Breve commento sulla necessità di motivare le nozioni che si impartiscono mediante applicazioni alla vita quotidiana o professionale.

13/5 (2 ore, progr. 52) I. – *Seminario di Bassi, Bianchedi, Tronconi sulla parabola*: definizione, vertice, asse, equazione della parabola traslata e grafico di un polinomio di secondo grado, intersezioni di rette e parabole, tangenti, punti interni ed esterni, fasci di parabole, punti base, i casi degeneri; esercizi.
II. – Esempi sugli ampliamenti algebrici: l'equazione x^3-2=0 a coefficienti razionali, ampliamenti normali, gruppo di Galois e descrizione della corrispondenza di Galois tra il reticolo dei sottogruppi e quello degli intercampi (cenni). Un esempio con una equazione biquadratica. Costruzioni con riga e compasso dal punto di vista analitico (cenni); non costruibilità del cubo doppio di un cubo dato o della rettificazione della circonferenza.

14/5 (2 ore, progr. 54) I. – *Seminario di Casadei, Fabbri, La Monaca sui radicali*: definizione, semplificazioni, operazioni, razionalizzazione dei denominatori, radicali doppi, potenze ad esponente razionale, esercizi.
II. – (Con l'ausilio di Geogebra) Altre proprietà delle coniche non degeneri: il teorema di Pappo-Pascal; la polare di un punto rispetto ad una conica e la reciprocità della polare; il polo di una retta; la polare di un punto della conica, le tangenti ad una conica; il centro come polo della retta impropria, gli assi di un'ellisse, i fuochi, le direttici come polari dei fuochi, l'eccentricità delle varie coniche. **Fine del corso.**

Programma del corso 2014/15

<u>Introduzione</u>: gli scopi dell'Algebra e della sua presenza nei curricula scolastici: generalizzare, organizzare, risolvere. Le lettere come costanti, variabili, indeterminate, incognite.

<u>Algebra di base</u>: insiemi, tavole di verità; funzioni e biiezioni. Operazioni finitarie, strutture algebriche: monoidi, gruppi, anelli, reticoli. Esempi: monoidi di funzioni e di parole; gruppi diedrali, presentazione di un gruppo; anelli di funzioni e di successioni; campi; algebre di Boole. Problemi elementari di calcolo combinatorio.

<u>Strutture algebriche</u>: sottostrutture, sottostruttura generata da un sottoinsieme; sottogruppi; sottoanelli e caratteristica; congruenze e strutture quoziente, il caso dei gruppi e degli anelli; omomorfismi, teorema fondamentale, isomorfismi, il gruppo degli automorfismi; prodotti diretti. Azione di un insieme su un altro, rappresentazione associata; azione di strutture su strutture, condizioni di compatibilità, sottostrutture, omomorfismi; A-moduli e spazi vettoriali; ideali come A-sottomoduli; azione di un gruppo su un insieme: orbite e stabilizzatori; l'azione dei gruppi di trasformazioni sul piano, il gruppo di simmetria di una figura. Azione per coniugio in un gruppo, sottogruppi normali, automorfismi interni, il centro. Serie abeliane e gruppi risolubili; gruppi semplici; risolubilità e gruppi simmetrici finiti.

<u>Gli insiemi numerici</u>: i numeri naturali secondo Peano e come cardinali finiti; numeri primi e divisibilità. Dai naturali agli interi relativi mediante aggiunta dei segni o per simmetrizzazione del monoide additivo di N; la divisione euclidea. I numeri razionali come operatori su grandezze, come elementi del campo dei quozienti di Z o come numeri decimali periodici. I numeri reali con la costruzione di Dedekind, con l'anello delle successioni di Cauchy in Q o come numeri decimali; prolungamento delle operazioni da Q ad R. Il campo complesso come ampliamento formale di R, come quoziente di R[x] o come piano di Argand-Gauss; forma trigonometrica ed esponenziale, radici dell'unità; la chiusura algebrica di C (en.). Automorfismi dei campi razionale, reale, complesso.

<u>Polinomi</u>. estensioni trascendenti di un anello commutativo e loro isomorfismo; l'anello delle successioni e il sottoanello delle successioni polinomiali. Altri approcci: monomi e polinomi come linguaggio con regole di formazione, assiomi, definizione delle operazioni, il grado di un monomio e di un polinomio; l'anello delle funzioni polinomiali a coefficienti reali, principio d'identità, divisione euclidea, divisibilità, radici e loro molteplicità. Polinomi irriducibili nei campi complesso, reale e razionale. Polinomi in più indeterminate; frazioni algebriche. Polinomi nel campo complesso: omomorfismo sostituzione, il polinomio minimo di un elemento algebrico c rispetto ad un sottocampo K; polinomi a radici semplici: il campo K dei coefficienti ed il campo F di spezzamento, il gruppo di Galois del polinomio; la corrispondenza di Galois, il teorema di Galois sulla risolubilità per radicali (en.); esempi; alcune equazioni di grado superiore al secondo. Disequazioni algebriche e sistemi di disequazioni nel campo reale.

<u>Geometria analitica</u>: coordinate nella retta, distanze, trasformazioni di coordinate. Coordinate cartesiane nel piano: sistema di riferimento, equazione della retta, intersezione di rette; il caso del sistema monometrico ortogonale: distanza di due punti; le coniche come luoghi, costruzioni, equazione canonica, assi, vertici, fuochi, eccentricità, tangenti. Altre proprietà delle coniche non degeneri (en.): il teorema di Pappo-Pascal, la polare di un punto rispetto ad una conica, la reciprocità della polare, polare e tangenti, il centro come polo della retta impropria, diametri, le direttrici come polari dei fuochi e legame con l'eccentricità. Cenni sulla impossibilità della duplicazione del cubo e della rettificazione della circonferenza.